



UiT The Arctic University of Norway

Department of Computer Science and Computational Engineering
Faculty of Engineering Science and Technology
Lodve Langesgate 2
8514 Narvik

**Review
on the PhD thesis
“Weighted estimates of discrete Hardy-type operators in sequence spaces”
by Bibigaziza Omarbayeva**

In the theory of weighted inequalities, one of the problems is that of characterization of inequalities involving the Hardy operator of integral and discrete types. One important reason is that this theory is very important for various applications both in mathematics and technical sciences.

Weighted estimates for the linear integral and discrete Hardy type operators are solved for most cases and there are a lot of books and scientific papers in mathematical literature. However, for various applications it is also important to consider the mapping properties of the more general operator, for example, the quasilinear integral or discrete operators which include the Hardy operators.

It is clear that such weighted estimates of quasilinear integral or discrete operators which include the Hardy operators are the weighted inequalities of iterated Hardy type.

Nowadays a specific and particularly important variant of these concerns iterated Hardy operator. This type of a problem has been surfacing for some time in various research fields, quite different in nature. The inequality involving the iterated Hardy operator is traditionally considered as a very difficult one to handle, as it contains three independent weights and three possibly different power parameters with a messy pile of possible relations among them. Compared with the discrete cases of weighted inequalities of iterated Hardy type was investigated a little than their integral analogues.

Solving this problem, specifically, obtaining of the weighted estimates of discrete quasilinear operators which including the discrete Hardy-type operator is the aim of this PhD thesis.

The posing of the problem is well described, all needed notations are given, all new results of the dissertation work are equipped with correct proofs. The most delicate and nontrivial is the proof of sufficiency of main results. In this dissertation work use the method of partition of sequence in blocs. The estimates are obtained first inside blocks, and then they are composed for full sequence. Note that such “blocking technique” was developed earlier, but in general case for iterated operators it is new and perspective method.

The dissertation consists of two parts.

In Chapter 1, the necessary and sufficient conditions for the fulfillment of weighted estimates of a quasilinear discrete operator, which include the discrete Hardy operator, were obtained when the parameters $1 < p \leq \min\{q, \theta\} < \infty$ and $p \in (0, 1]$, $p \leq \min\{q, \theta\}$, as well as the conditions $0 < q < p \leq \theta$, $p \geq 1$ and $0 < q < \theta < p$, $p \geq 1$.

In Chapter 2, the necessary and sufficient conditions for the fulfillment of weighted estimates of a quasilinear discrete operator, which includes a conjugate of discrete Hardy operator, were obtained when the parameters $1 < p \leq \min\{q, \theta\} < \infty$ and $p \in (0, 1]$, $p \leq \min\{q, \theta\}$, as well as in the parameters $0 < q < p \leq \theta$, $p > 1$ and $0 < q < \theta < p$, $p > 1$.

This study is largely fundamental, contributing greatly to the development of the theory of functional analysis, including the theory of discrete Hardy-type inequalities, and to the characterization of bilinear discrete Hardy operators.

The main results of this dissertation were published in high-ranked journal "Journal of Mathematical Inequalities and Applications" (Scopus, Web of Science, Q1), and she performed at a some of international mathematical conferences and seminars.

I consider that in its scientific significance and novelty of the obtained results, the dissertation work of Bibigaziza Omarbayeva on the theme "Weighted estimates of discrete Hardy-type operators in sequence spaces" satisfies all the requirements of PhD dissertations presented to the doctor's degree and its author deserves of Doctor of Philosophy (PhD) in the specialty "6D060100-Mathematics".

Norges
ARKTISKE
UNIVERSITET
Lars-Erik Persson
Professor Dr.

Department of Computer Science and Computational Engineering
Faculty of Engineering Science and Technology
direct phone: +47 76966225 Mobile +46 705262559
UiT Campus Narvik
Webpage <http://www.larserikpersson.se/>



Department of Computer Science and Computational Engineering
Faculty of Engineering Science and Technology
Lodve Langesgate 2
8514 Narvik

**Омарбаева Бибіғазизаның
«Тізбектер кеңістігіндегі Харди тәріздес дискреттік операторлардың
салмақты бағалаулары»
тақырыбындағы PhD диссертациялық жұмысына**

ПІКІР

Салмақты теңсіздіктер теориясында Харди тәріздес операторы қамтитын интегралдық және дискреттік теңсіздіктерге сипаттама беру басты проблемалардың бірі болып табылады. Бұл теория математика үшін де, техникалық ғылымдар үшін де түрлі қолданыстары үшін өте маңызды. Сызықтық интегралдық және дискреттік Харди тәріздес операторлар үшін салмақты бағалаулары көп жағдайларда қарастырылған және оған қатысты математикалық әдебиеттерде көптеген кітаптар мен ғылыми еңбектер бар. Алайда, әртүрлі қолданыстарына байланысты мұндай операторлардың бұданда жалпыланған түрінің шенелімділігіне қатысты қасиеттерін зерттеу маңызды, мысалы Харди операторларын қамтитын квазисызықтық интегралдық немесе дискреттік операторлар.

Харди операторларын қамтитын квазисызықты интегралдық немесе дискреттік операторлардың осындай салмақты бағалаулары ол итерацияланған Харди түріндегі салмақты теңсіздіктер екендігі түсінікті. Қазіргі уақытта, мұның арнайы және ерекше маңызды түрі итерацияланған Харди операторына қатысты. Бұл мәселелер біраз уақыттан бері әртүрлі Харди операторына қатысты. Бұл мәселелер біраз уақыттан бері әртүрлі ғылыми-зерттеу басылымдарында пайда бола бастады және оның табигаты мүлде өзгеше. Дискретті Харди операторының итерациясымен болатын үш кұрамында үш тәуелсіз салмақты тізбек және әртүрлі қатынастағы үш параметр бар.

Итерацияланған Харди түріндегі салмақты теңсіздіктердің интегралдық аналогтарына қарағанда дискреттік аналогтары аз зерттелген.

Диссертациялық жұмыс осы мәселелерге арналып, атап айтқанда дискреттік Харди тәріздес операторлары кіретін дискреттік квазисызықтық

операторлардың салмақты бағаларын алу диссертациялық жұмыстың мақсаты болып табылады.

Жұмыста мәселенің қойылуы жақсы сипатталған, барлық қажетті белгілер көлтірілген, диссертациялық жұмыстың барлық жаңа нәтижелері дұрыс дәлелдермен жабдықталған. Жұмыстың ерекшеліктерінің бірі - бұл негізгі нәтижелердің жеткіліктілікі бөліктерін дәлелдеуінде. Бұл диссертациялық жұмыста Харди тәріздес операторының элементтерін әр нүктеде бөліктерге бөлу әдісі қолданылған. Бағалаулар алдымен бөліктердің ішінен алынады, содан кейін барлық тізбектер үшін алынады. Бірақ бұл жұмыста қолданылатын «локализация әдісі» бұрынғы қолданылып жүрген әдістерден өзгеше, нақтырақ айтқанда дискретті итерацияланған Харди тәріздес операторлары үшін бұл жаңа, әрі перспективасы бар әдіс.

Диссертациялық жұмыс екі тараудан тұрады.

Бірінші тарауда, дискретті Харди операторы кіретін квазисызықты дискреттік оператордың салмақты бағалаулары орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары параметрлер $1 < p \leq \min\{q, \theta\} < \infty$ және $p \in (0, 1]$, $p \leq \min\{q, \theta\}$ шарттарын орындағанда, сонымен қатар параметрлердің $0 < q < p \leq \theta$, $p \geq 1$ және $0 < q < \theta < p$, $p \geq 1$ жағдайлары орындалғанда алынды.

Екінші тарауда, дискретті Харди операторының түйіндесі кіретін квазисызықты дискреттік оператордың салмақты бағалаулары орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары параметрлер $1 < p \leq \min\{q, \theta\} < \infty$ және $p \in (0, 1]$, $p \leq \min\{q, \theta\}$ шарттарын орындағанда, сонымен қатар параметрлердің $0 < q < p \leq \theta$, $p > 1$ және $0 < q < \theta < p$, $p > 1$ қатынастарында да алынды.

Бұл зерттеу негізінен фундаментальді болып табылады, функционалды талдау теориясы, оның ішінде дискретті Харди тәріздес теңсіздіктер теориясына және бисызықты дискретті Харди операторларының сипаттамаларына алуға үлкен үлес қосады.

Бұл диссертацияның негізгі нәтижелері жоғары рейтингілі «Journal of Mathematical Inequalities and Applications» (Scopus, Web of Science, Q1) журналында және докторант бірнеше халықаралық математикалық конференциялар мен семинарларға қатысты.

Ғылыми маңыздылығы мен алынған нәтижелердің жаңашылдығымен «Тізбектер кеңістігіндегі Харди тәріздес дискреттік операторлардың салмақты бағалаулары» тақырыбындағы Бибігазиза Омарбаеваның

диссертациялық жұмысы PhD диссертациясының барлық талаптарын қанагаттандырады және авторды «6D060100-математика» мамандығы бойынша Философия Докторы (PhD) дәрежесін алуға сәйкес келеді деп санаймын.

Ларс-Эрик Перссон

PhD, Профессор

Информатика және есептеу техникиасы кафедрасы

Инженерлік ғылымдар және технологиялар факультеті

Тікелей телефон: +47 76966225, үзілсін телефон +46 705262559

UiT Нарвик кампусы

Webpage <http://www.larserikpersson.se/>



Настоящий документ был переведен
компетентным переводчиком Шарәпи Дәүрән

ТОО «Центр Переводов Казахстана»

г. Нур-Султан, ул. А. Иманов 19, офис 308С
тел.: +7 (702) 449 25 57, +7 (747) 382 49 56
e-mail: to@cpq.kz, website: www.cpq.kz

2 BOTIC

БОТКСБРУ-3/2021

Город Нур-Султан Республика Казахстан
Двадцать третье августа две тысячи двадцать первого года

Я, Кантарбаева Сайрангуль Баяхметовна, нотариус нотариального округа город Нур-Султан, действующая на основании государственной лицензии №12003160, выданной Комитетом регистрационной службы и оказания правовой помощи Министерства юстиции Республики Казахстан, от 10 мая 2012 года, свидетельствую подлинность подписи переводчика – Шәрәпі Дәүрен. Личность переводчика установлена, полномочия и дееспособность проверены.



Зарегистрировано в реестре за №1410
Оплачено нотариусу согласно, ст. 30 ч.2 и ст.30-1
Закона РК «О нотариате»

Нотариус

